

**Домашнє завдання з алгебри для учнів Політехнічного ліцею НТУУ
"КПР", переведених до 8 класу у 2025 році.**

Виконати в окремому зошиті.

Завдання, позначені зірочкою*, є необов'язковими.

1. Внутрішні кути трикутника відносяться як $1 : 4 : 5$. Знайдіть найбільший кут цього трикутника.
2. У трикутнику ABC відомо, що $\angle A = 45^\circ$, $\angle B = 55^\circ$. Вкажіть найменшу сторону цього трикутника.
3. На продовженні основи BC рівнобедреного трикутника ABC за точку B позначено точку M таку, що $\angle MBA = 128^\circ$. Знайдіть кут між бічною стороною AC та бісектрисою кута $\angle ACB$.
4. Серединний перпендикуляр сторони BC трикутника ABC перетинає його сторону AB у точці D . Знайдіть довжину відрізка AD , якщо $CD = 4$, $AB = 7$.
- 5.* Діаметр кола, описаного навколо прямокутного трикутника, в 4 рази більший за висоту, проведене до гіпотенузи. Знайти гострі кути трикутника.
6. Доведіть, що якщо в трикутнику ABC сторона AB вдвічі більша за сторону AC , то медіана, яка виходить з вершини C , перпендикулярна до бісектриси кута A .
7. Медіана CM трикутника ABC дорівнює половині сторони AB . Доведіть, що трикутник ABC прямокутний.
8. У трикутнику ABC бісектриси кутів A і C перетинаються в точці O . Доведіть, що

$$\angle AOC = 90^\circ + \frac{1}{2}\angle ABC.$$

9. Доведіть, що бісектриса зовнішнього кута при вершині рівнобедреного трикутника паралельна його основі.
10. Висоти AM і CK трикутника ABC перетинаються в точці H . Доведіть, що

$$\angle AHC = 180^\circ - \angle ABC.$$

11. Пряма, паралельна стороні AC трикутника ABC , перетинає його сторони AB і BC у точках M і K відповідно так, що $AM = MK$. Відомо, що $\angle B = 65^\circ$, $\angle C = 45^\circ$. Знайдіть кут $\angle KAC$.
12. У трикутнику ABC $\angle C = 90^\circ$, $\angle B = 30^\circ$, відрізок AD — бісектриса трикутника, $CD = 7$ см. Знайдіть довжину катета BC і бісектрису AD .
13. Кут між висотою і медіаною, проведеними з вершини прямого кута прямокутного трикутника, в 4 рази менший від одного з гострих кутів. Знайдіть кути трикутника.
14. Кут між двома висотами гострокутного трикутника ABC дорівнює 60° . Точка перетину висот поділяє одну з них у відношенні $2 : 1$, рахуючи від вершини трикутника. Доведіть, що трикутник ABC — рівносторонній.

15.* Висота прямокутного трикутника, проведена до гіпотенузи, у 4 рази менша від гіпотенузи. Знайдіть кути трикутника.

16. Доведіть, що коли через дану точку до кола проведено дві дотичні, то відрізки дотичних, які сполучають дану точку з точками дотику, рівні.

17. У колі проведено хорди AB і BC , кожна з яких дорівнює радіусу кола. Знайдіть кут $\angle ABC$.

18. Два кола дотикаються внутрішнім чином. Радіус одного з них у 5 разів більший від радіуса іншого, а відстань між їх центрами дорівнює 20 см. Знайдіть радіуси кіл.

19. Через точку M проведено дотичні MK і ME до кола із центром у точці O , де K і E — точки дотику, $\angle OMK = 30^\circ$, $MK = 6$ см. Знайдіть довжину хорди KE і довжину відрізка OM .

20.* Доведіть, що радіус кола, вписаного в прямокутний трикутник, визначають за формулою:

$$r = \frac{a + b - c}{2},$$

де r — радіус вписаного кола, a і b — катети, c — гіпотенуза.

21. У рівнобедреному трикутнику ABC відомо, що $AB = BC$, точка O — центр вписаного кола, точки D і E — точки дотику вписаного кола до сторін AC і AB відповідно, $\angle ABC = 48^\circ$. Знайдіть кут $\angle DOE$.

22.* Сума радіусів вписаного і описаного кіл прямокутного трикутника дорівнює одному з катетів. Знайдіть гострі кути трикутника.