

Зауваження

Вступники до 10 ФМ та 10 ІТ можуть розв'язувати 1,2,3,4 частини

Вступники до 10 МА можуть розв'язувати 1,2,3 частини

І варіант

Частина перша

Завдання 1.1 – 1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь та позначте її у бланку відповідей.

1.1. Подайте у вигляді степеня вираз $m^5 \cdot (m^3)^4$.

- А) m^{30} ; Б) m^{12} ; В) m^{60} ; Г) m^{17} .

1.2. Чому дорівнює значення виразу $(\sqrt{5} + \sqrt{3})^2 - \sqrt{60}$?

- А) 34; Б) 8; В) $8 - \sqrt{15}$; Г) $8 + \sqrt{15}$.

1.3. Графіком якого з рівнянь є вертикальна пряма?

- А) $x + y = 1$; Б) $x + y = 0$; В) $x = 1$; Г) $y = 1$.

1.4. Відомо, що $m < 0$, $n < 0$. Порівняйте з нулем значення виразу $m^5 n^6$.

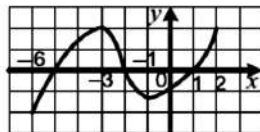
- А) $m^5 n^6 < 0$; В) $m^5 n^6 = 0$;
Б) $m^5 n^6 > 0$; Г) порівняти неможливо.

1.5. Яка система нерівностей має єдиний розв'язок?

- А) $\begin{cases} x \geq 4, \\ x \leq 5; \end{cases}$ Б) $\begin{cases} x \geq 4, \\ x \leq 4; \end{cases}$ В) $\begin{cases} x \leq 4, \\ x \geq 5; \end{cases}$ Г) $\begin{cases} x \leq 4, \\ x \leq 5. \end{cases}$

1.6. Укажіть проміжок спадання функції, визначеної на проміжку $[-6; 2]$, графік якої зображено на рисунку.

- А) $[-5; -3]$; В) $[-2; 1]$;
Б) $[-3; -1]$; Г) $[-3; -2]$.



1.7. Спростіть вираз $\frac{3a+b}{a-2b} \cdot \frac{2a-4b}{9a^2+6ab+b^2}$.

- А) $\frac{2}{3a+b}$; Б) $\frac{a-2b}{3a+b}$; В) $\frac{2}{3a-b}$; Г) $\frac{a-2b}{3a-b}$.

1.8. Маса повного бідона з молоком дорівнювала 25 кг. Після того як з бідона відлили половину молока, маса бідона з рештою молока становила 13 кг. Яка маса порожнього бідона?

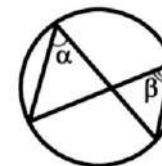
- А) 0,5 кг; Б) 1 кг; В) 1,5 кг; Г) 2 кг.

1.9. Дано 3 точки, які лежать на одній прямій. Скільки точок містить геометричне місце точок площини, рівновіддалених від даних точок?

- А) 1; Б) 2; В) безліч; Г) жодної.

1.10. Яка величина кута β , зображеного на рисунку, якщо $\alpha = 40^\circ$?

- А) 20° ; Б) 80° ; В) 40° ; Г) визначити неможливо.

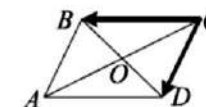


1.11. Обчисліть площу рівнобедреного трикутника, бічна сторона якого дорівнює 20 см, а висота, проведена до основи, — 12 см.

- А) 192 см^2 ; Б) 240 см^2 ; В) 120 см^2 ; Г) 96 см^2 .

1.12. На рисунку зображено паралелограм $ABCD$. Укажіть правильну рівність.

- А) $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD}$; В) $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CO}$;
Б) $\overrightarrow{CB} + \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{CA}$; Г) $\overrightarrow{CB} - \overrightarrow{CD} = \overrightarrow{BD}$.



Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1 – 2.6. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Спростіть вираз $\left(\frac{\sqrt{x}+1}{\sqrt{x}-1} - \frac{\sqrt{x}-1}{\sqrt{x}+1}\right) : \frac{8\sqrt{x}}{x-1}$.

2.2. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 3x - y = 5, \\ 3x^2 + y^2 = 13. \end{cases}$

2.3. Знайдіть найменший цілий розв'язок нерівності $\frac{2x+1}{6} - \frac{x-4}{4} > 2$.

2.4. Скоротіть дріб $\frac{a^2-12a+36}{2a^2-11a-6}$.

2.5. Сторони трикутника дорівнюють 6 см, 25 см і 29 см. Знайдіть радіус вписаного кола даного трикутника.

2.6. Два кола, радіуси яких дорівнюють 4 см і 9 см, мають зовнішній дотик. Знайдіть відстань між точками дотику даних кіл з їх спільною зовнішньою дотичною.

Частина третя

Розв'язання задач 3.1 – 3.4 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Побудуйте графік функції $y = -x^2 + 6x - 8$. Користуючись графіком, знайдіть:

- 1) проміжок зростання функції;
- 2) при яких значеннях x функція набуває додатних значень.

3.2. Дві бригади, працюючи разом, зорали поле за 8 год. За скільки годин може зорати поле кожна бригада, працюючи самостійно, якщо одній бригаді на це потрібно на 12 год більше, ніж іншій?

3.3. Відомо, що x_1 і x_2 — корені рівняння $2x^2 - 3x - 7 = 0$. Не розв'язуючи цього рівняння, знайдіть значення виразу $x_1^2 + x_2^2$.

3.4. У трикутнику MNK відомо, що $MN = NK = 25$ см, $MK = 14$ см. До кола, вписаного у цей трикутник, проведена дотична, яка паралельна основі MK і перетинає сторони MN і NK у точках F і E відповідно. Обчисліть площу трикутника FNE .

Частина четверта

Розв'язання задач 4.1 – 4.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1.^м Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} (x-2)(y-2)xy = 9, \\ xy - x - y = 3. \end{cases}$

4.2.^м Доведіть, що при будь-якому натуральному n значення виразу $n^3 + 11n$ кратне 6.

4.3.^м Серединний перпендикуляр діагоналі AC прямокутника $ABCD$ перетинає сторону BC у точці M так, що $BM : MC = 1 : 2$. Знайдіть кути, на які діагональ прямокутника ділить його кут.

Варіант 2

Частина перша

Завдання 1.1 – 1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь та позначте її у бланку відповідей.

1.1. Яке з чисел є ірраціональним?

- А) $\sqrt{25}$; Б) $\sqrt{0,25}$; В) $\sqrt{0,025}$; Г) $\sqrt{2500}$.

1.2. Обчисліть значення виразу $\frac{4}{100} + \frac{7}{1000}$.

- А) 0,047; Б) 0,1047; В) 0,407; Г) 0,47.

1.3. Розв'яжіть нерівність $12 - 3m \leq 9$.

- А) $m \leq -1$; Б) $m \geq -1$; В) $m \leq 1$; Г) $m \geq 1$.

1.4. Розчин містить 4 % солі. Скільки грамів солі міститься в 350 г розчину?

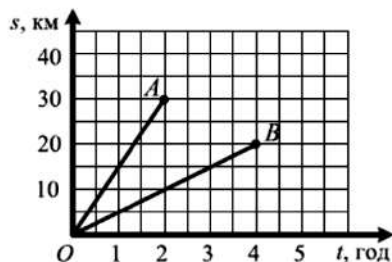
- А) 140 г; Б) 14 г; В) 0,14 г; Г) 1,4 г.

1.5. Середній зріст 10 баскетболістів — 192 см, а середній зріст шести з них — 190 см. Який середній зріст решти чотирьох баскетболістів?

- А) 185 см; Б) 200 см; В) 210 см; Г) 195 см.

1.6. На рисунку зображено графіки руху велосипедиста (відрізок OA) і пішохода (відрізок OB). У скільки разів шлях, який проїхав велосипедист за 2 год, більший за шлях, пройдений за той самий час пішоходом?

- А) в 1,5 раза; Б) у 2,5 раза;
Б) у 2 рази; Г) у 3 рази.



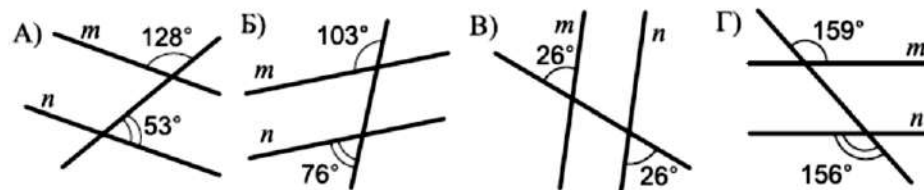
1.7. Василю потрібно 40 хв, щоб добратися до стадіону і повернутися додому, якщо туди він іде пішки, а повертається на автобусі. Якщо він іде на автобусі в обидва кінці, то на весь шлях витрачає 16 хв. Скільки часу йому потрібно, щоб пішки добратися до стадіону і повернутися додому?

- А) 64 хв; Б) 24 хв; В) 80 хв; Г) 56 хв.

1.8. Яка функція є зростаючою на всій своїй області визначення?

- А) $y = x^2$; Б) $y = \sqrt{x}$; В) $y = \frac{2}{x}$; Г) $y = -2x$.

1.9. На якому з рисунків прямі a і b паралельні?



1.10. Радіус круга дорівнює 8 см. Знайдіть площу сектора цього круга, якщо градусна міра його дуги дорівнює 54° .

- А) $\frac{12\pi}{5}$ см²; Б) $\frac{24\pi}{5}$ см²; В) $\frac{48\pi}{5}$ см²; Г) $\frac{54\pi}{5}$ см².

1.11. У гострокутному трикутнику ABC висоти, проведені з вершин A і C , перетинаються в точці O . Яка з рівностей є правильною?

- А) $\angle AOC = 90^\circ - \angle B$; В) $\angle AOC = 90^\circ + \angle B$;
Б) $\angle AOC = 180^\circ - \angle B$; Г) $\angle AOC = 180^\circ - \frac{1}{2} \angle B$.

1.12. При якому значенні a вектори $\vec{m}(4; a)$ і $\vec{n}(-5; 2)$ перпендикулярні?

- А) 10; Б) -1; В) 18; Г) -18.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1 – 2.6. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Чому дорівнює значення виразу $a^2 - 4a + 3$ при $a = 2 + \sqrt{3}$?
- 2.2. Розв'яжіть рівняння $\frac{4}{x^2 - 10x + 25} - \frac{10}{x^2 - 25} = \frac{1}{x + 5}$.
- 2.3. Відомо, що $x^2 + y^2 = 8$, $xy = 3$. Чому дорівнює значення виразу:
 $x^4 + y^4 - x^2y^2$?
- 2.4. Який номер має перший додатний член арифметичної прогресії:
 $-10,4; -9,8; -9,2; \dots$?
- 2.5. При паралельному перенесенні на вектор \vec{b} образом точки $M(1; -2)$ є точка $K(-2; 5)$. Які координати має образ точки $P(0; -3)$ при паралельному перенесенні на вектор \vec{b} ?
- 2.6. Складіть рівняння прямої, яка проходить через точки $C(-3; 12)$ і $D(1; 4)$.

Частина третя

Розв'язання задач 3.1 – 3.4 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Побудуйте графік функції $y = \begin{cases} -\frac{6}{x}, & \text{якщо } x < -2, \\ x^2 - 1, & \text{якщо } -2 \leq x \leq 2, \\ \frac{6}{x}, & \text{якщо } x > 2. \end{cases}$

Користуючись графіком, знайдіть проміжки зростання і проміжки спадання функції.

- 3.2. Резервуар, об'єм якого дорівнює 10 м^3 , наповнюється водою через першу трубу на 5 хв швидше, ніж через другу трубу. Скільки кубічних метрів води надходить за годину з кожної труби, якщо з першої за годину надходить на 10 м^3 більше, ніж з другої?

3.3. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} \frac{x}{y} - \frac{2y}{x} = 1, \\ x^2 - 5xy + 2y^2 = 32. \end{cases}$

- 3.4. Точка перетину бісектрис тупих кутів при меншій основі трапеції належить її більшій основі. Знайдіть площу трапеції, якщо її бічні сторони дорівнюють 25 см і 30 см, а висота — 24 см.

Частина четверта

Розв'язання задач 4.1 – 4.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1.^м Знайдіть множину розв'язків нерівності $\sqrt{x^2 - 4}(x^2 + 2x - 15) \geq 0$.

- 4.2.^м При яких значеннях параметра a система рівнянь

$$\begin{cases} y = |x| + 2, \\ x^2 + (y - a)^2 = 1 \end{cases}$$

має три розв'язки?

- 4.3.^м Доведіть, що описане коло трикутника ABC , бісектриса кута B і серединний перпендикуляр сторони AC проходять через одну точку.

Варіант 3

Частина перша

Завдання 1.1 – 1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь та позначте її у бланку відповідей.

- 1.1. Спростіть вираз $(2a - 3) - (2a - 5)$.
 А) -2 ; Б) 2 ; В) 8 ; Г) -8 .
- 1.2. Відомо, що число a — додатне, а число b — від'ємне. Значення якого з даних виразів обов'язково є додатним числом?

А) $b^2 - a^2$; Б) $a^4 - b^4$; В) $(b - a)^3$; Г) $a - b$.

- 1.3. Виконайте ділення: $\frac{a^2}{14} : \frac{a}{7}$.

А) $\frac{a^2}{7}$; Б) $\frac{a}{7}$; В) $\frac{a}{2}$; Г) $\frac{a^2}{2}$.

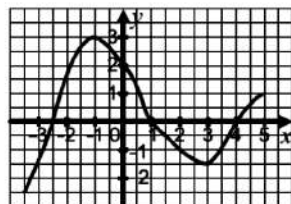
- 1.4. На довгій стрічці через кожні 8 см роблять позначку червоним олівцем, а через кожні 6 см — синім олівцем. На якій відстані від початку стрічки вперше співпадуть червона і синя позначки?

А) 16 см; Б) 36 см; В) 48 см; Г) 24 см.

- 1.5. Чому дорівнює значення виразу $\frac{\sqrt{150}}{\sqrt{6}}$?

А) 5; Б) 6; В) 12; Г) 13.

- 1.6. На рисунку зображено графік функції $y = f(x)$, визначеної на проміжку $[-3, 5]$. Користуючись графіком, знайдіть множину розв'язків нерівності $f(x) < 0$.



А) $(1; 4)$; Б) $[-3, 5; -2, 5] \cup [1; 4]$;
 В) $[1; 4]$; Г) $[-3, 5; -2, 5] \cup (1; 4)$.

- 1.7. При яких значеннях x не визначена функція $y = \frac{x-2}{x^2-1}$?

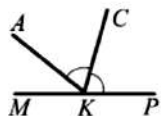
А) 1; 2; Б) $-1; 1; 2$; В) 1; $-1; -2$; Г) $-1; 1$.

- 1.8. Дано вибірку 2, 2, 3, 4, 4, 7, 7, 7, 9. Знайдіть медіану цієї вибірки.

А) 2; Б) 4; В) 7; Г) 5.

- 1.9. На рисунку промінь KC є бісектрисою кута AKP , $\angle AKP = 156^\circ$. Обчисліть градусну міру кута MKC .

А) 102° ; Б) 122° ; В) 128° ; Г) 98° .



- 1.10. Навколо кола описано правильний шестикутник зі стороною $8\sqrt{3}$ см. Знайдіть сторону квадрата, вписаного в це коло.

А) 12 см; Б) $12\sqrt{2}$ см; В) 6 см; Г) $6\sqrt{2}$ см.

- 1.11. У трикутнику ABC відомо, що $\angle C = 90^\circ$, $AC = 10$ см, $AB = 20$ см. Знайдіть кут A цього трикутника.

А) 90° ; Б) 60° ; В) 45° ; Г) 30° .

- 1.12. Яка з даних фігур має центр симетрії?

А) трикутник; Б) трапеція; В) відрізок; Г) промінь.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1 – 2.6. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

- 2.1. Чому дорівнює значення виразу $(\sqrt{3} + 1)^2 - (2 + \sqrt{3})(4 - \sqrt{3})$?

- 2.2. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} x + y = 2, \\ 2x^2 - xy = 65. \end{cases}$

- 2.3. Запишіть у вигляді звичайного дробу число $0,3(27)$.

- 2.4. Спростіть вираз $\frac{5b}{b-3} - \frac{b+6}{2b-6} \cdot \frac{90}{b^2+6b}$.

- 2.5. Бісектриса кута D прямокутника $ABCD$ перетинає сторону AB у точці M , $BM = 5$ см, $AD = 3$ см. Знайдіть периметр прямокутника.

- 2.6. Обчисліть скалярний добуток $(\vec{a} + 2\vec{b})(\vec{a} - \vec{b})$, якщо $|\vec{a}| = |\vec{b}| = 1$, $\angle(\vec{a}, \vec{b}) = 120^\circ$.

Частина третя

Розв'язання задач 3.1 – 3.4 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 3.1. Побудуйте графік функції $y = 4x - x^2$. Користуючись графіком, знайдіть:
- 1) область значень функції;
 - 2) проміжок спадання функції.
- 3.2. Перша бригада мала виготовити 120 однакових деталей, а друга — 144 такі деталі. Перша бригада виготовляла щогодини на 4 деталі більше, ніж друга, і працювала на 3 год менше від другої. Скільки деталей виготовляла кожна бригада за годину?
- 3.3. Складіть квадратне рівняння, корені якого на 3 більші за відповідні корені рівняння $x^2 - 8x + 2 = 0$.
- 3.4. Одна із сторін трикутника дорівнює 30 см, а друга сторона ділиться точкою дотику вписаного кола на відрізки завдовжки 12 см і 14 см, рахуючи від кінця невідомої сторони. Знайдіть радіус вписаного кола.

Частина четверта

Розв'язання задач 4.1 – 4.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

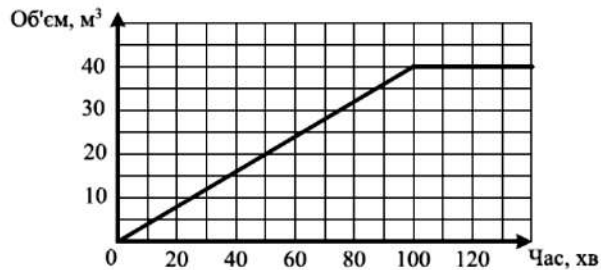
- 4.1.^m При яких значеннях параметра a рівняння $(\sqrt{x} - a)(2x^2 - 7x - 4) = 0$ має єдиний корінь?
- 4.2.^m Доведіть, що при всіх натуральних значеннях n значення виразу $14 \cdot 13^n + 13 \cdot 2^{2n}$ кратне 9.
- 4.3.^m У трикутнику ABC проведено медіану BM . Відомо, що $\angle ABM = 20^\circ$, $\angle MBC = 80^\circ$. Доведіть, що $AB = 2BM$.

Варіант 4

Частина перша

Завдання 1.1 – 1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь та позначте її у бланку відповідей.

- 1.1. Обчисліть значення виразу $(2,3 + 0,07)^0 : \frac{1}{3}$.
- А) 1; Б) 12; В) 9; Г) 3.
- 1.2. Якому одночлену дорівнює вираз $-2a^2b^3 \cdot 3ab^4$?
- А) $-6a^2b^{12}$; Б) $-6a^3b^7$; В) $6a^3b^7$; Г) $6a^2b^{12}$.
- 1.3. В Олесі є певна сума грошей, за яку вона може придбати 12 однакових хустинок. Скільки хустинок вона зможе придбати за ту саму суму грошей, якщо вони подешевшають в 1,5 раза?
- А) 8 хустинок; Б) 6 хустинок; В) 15 хустинок; Г) 18 хустинок.
- 1.4. Знайдіть область визначення функції $y = \frac{5}{x^2 + x - 2}$.
- А) $(-\infty; -2] \cup [1; +\infty)$; В) $(-\infty; -2) \cup (-2; 1) \cup (1; +\infty)$;
 Б) $(-\infty; -2) \cup (1; +\infty)$; Г) $(-2; 1)$.
- 1.5. Спростіть вираз $\frac{a^2 + 4}{a^2 - 4} - \frac{a}{a + 2}$.
- А) $\frac{2}{a - 2}$; Б) $\frac{a}{a - 2}$; В) $\frac{2}{a + 2}$; Г) $\frac{a}{a + 2}$.
- 1.6. На рисунку зображено графік залежності об'єму води в цистерні від часу її наповнення. Протягом скількох годин цистерна наповнювалася водою?



- А) 1 год; Б) $1\frac{2}{3}$ год; В) 2 год; Г) $2\frac{1}{3}$ год.
- 1.7. Областю значень якої функції є проміжок $(-\infty; 4]$?
- А) $y = x^2 + 4$; Б) $y = 4 - x$; В) $y = 4$; Г) $y = 4 - x^2$.

1.8. Яка ймовірність того, що назване навмання натуральне число виявиться додатним?

- А) 0; Б) $\frac{1}{3}$; В) $\frac{1}{2}$; Г) 1.

1.9. Різниця двох кутів паралелограма дорівнює 40° . Знайдіть його кути.

- А) $40^\circ, 140^\circ, 40^\circ, 140^\circ$; В) $70^\circ, 110^\circ, 70^\circ, 110^\circ$;
 Б) $80^\circ, 120^\circ, 80^\circ, 120^\circ$; Г) $60^\circ, 100^\circ, 60^\circ, 100^\circ$.

1.10. Радіус кола дорівнює 4 см. Знайдіть довжину дуги цього кола, градусна міра якої становить 63° .

- А) $\frac{7\pi}{5}$ см; Б) $\frac{7\pi}{10}$ см; В) $\frac{14\pi}{5}$ см; Г) $\frac{9\pi}{10}$ см.

1.11. Обчисліть площу трикутника, дві сторони якого дорівнюють 3 см і 2 см, а кут між ними — 60° .

- А) $\frac{3}{2}$ см²; Б) 3 см²; В) $\frac{3\sqrt{3}}{2}$ см²; Г) $3\sqrt{3}$ см².

1.12. Знайдіть координати точки, яка є образом точки $A(2; -3)$ при паралельному перенесенні на вектор $\vec{a}(-1; 4)$.

- А) (1; 1); Б) (-1; -1); В) (3; -7); Г) (-3; 7).

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1 – 2.6. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

2.1. Відомо, що $\frac{a}{b} = 3$. Знайдіть значення виразу $\frac{2a - 3b}{a}$.

2.2. Розв'яжіть систему нерівностей $\begin{cases} (x + 6)(x - 1) - x(x + 3) \leq 16, \\ \frac{x + 2}{4} - x \leq 5. \end{cases}$

2.3. Знайдіть номер члена арифметичної прогресії 11,8; 12,4; 13; ..., який дорівнює 20,8.

2.4. Число 4 є коренем рівняння $3x^2 - 8x + n = 0$. Знайдіть другий корінь рівняння і значення n .

2.5. Знайдіть кут між векторами $\vec{a}(-2; 2\sqrt{3})$ і $\vec{b}(3; -\sqrt{3})$.

2.6. Перпендикуляр, проведений з точки перетину діагоналей ромба до його сторони, ділить її на відрізки завдовжки 3 см і 12 см. Знайдіть більшу діагональ ромба.

Частина третя

Розв'язання задач 3.1 – 3.4 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 3.1. Розв'яжіть графічно систему рівнянь $\begin{cases} y = x^2 - 4, \\ 2x + y = -1. \end{cases}$
- 3.2. Із села A в село B , відстань між якими дорівнює 30 км, велосипедист проїхав з певною швидкістю, а повертався зі швидкістю на 3 км/год більшою і витратив на 30 хв менше, ніж на шлях із села A в село B . Знайдіть початкову швидкість велосипедиста.
- 3.3. Знайдіть область визначення функції $y = \frac{1}{\sqrt{3+5x-2x^2}} + 3\sqrt{x-2}$.
- 3.4. Коло, центр якого належить гіпотенузі прямокутного трикутника, дотикається до більшого катета і проходить через вершину протилежного гострого кута. Знайдіть радіус кола, якщо катети дорівнюють 5 см і 12 см.

Частина четверта

Розв'язання задач 4.1 – 4.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 4.1.^m При яких значеннях параметра a сума квадратів коренів рівняння $x^2 + ax + 2a = 0$ дорівнює 5?
- 4.2.^m Для будь-яких дійсних чисел a і b доведіть нерівність:
$$a^6 + b^6 \geq a^5b + ab^5.$$
- 4.3.^m Доведіть ознаку рівності трикутників за двома сторонами і медіаною, проведеною до третьої сторони.

Варіант 5

Частина перша

Завдання 1.1 – 1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь та позначте її у бланку відповідей.

1.1. Яку з наведених одиниць виміру використовують при вимірюванні площі?

- А) 1 см; Б) 1 с; В) 1 га; Г) 1 г.

1.2. Яке найменше натуральне число задовольняє нерівність $m > \frac{35}{6}$?

- А) 4; Б) 5; В) 6; Г) 7.

1.3. Використовуючи стандартний вигляд числа, запишіть, що висота Говерли, найвищої гори України, дорівнює 2061 м.

- А) $0,2061 \cdot 10^4$ м; В) $0,2061 \cdot 10^{-4}$ м;
Б) $2,061 \cdot 10^3$ м; Г) $2,061 \cdot 10^{-3}$ м.

1.4. Скоротіть дріб $\frac{8a-ab}{24a}$.

- А) $\frac{8-b}{24}$; Б) $\frac{1-ab}{3}$; В) $\frac{a-b}{24}$; Г) $\frac{8-ab}{24}$.

1.5. У якій координатній чверті знаходиться вершина параболи $y = (x-8)^2 - 20$?

- А) у I чверті; Б) у II чверті; В) у III чверті; Г) у IV чверті.

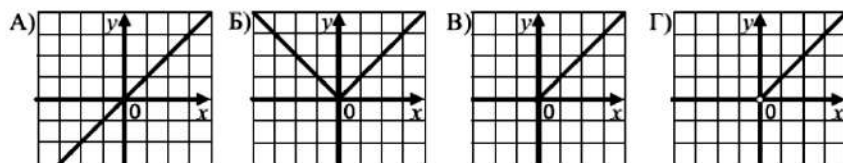
1.6. Петро і Галина їхали в одному поїзді. Петро сів у сьомий вагон від голови поїзда, а Галина — у вісімнадцятий вагон з хвоста поїзда. Проте вони їхали в одному вагоні. Скільки вагонів у поїзді?

- А) 26 вагонів; Б) 25 вагонів; В) 24 вагони; Г) 23 вагони.

1.7. Знайдіть абсциси точок перетину графіків функцій $y = 3x^2 - 5x + 2$ і $y = 11 - x - 2x^2$.

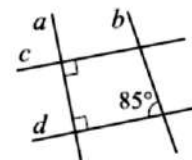
- А) 1; -1,8; Б) -1; 1,8; В) 0,9; -0,5; Г) -0,9; 0,5.

1.8. На якому з рисунків зображено графік функції $y = (\sqrt{x})^2$?



1.9. Які з прямих, зображених на рисунку, паралельні?

- А) $c \perp d$; Б) $a \perp b$; В) $b \perp c$; Г) $a \perp d$.



1.10. У якому випадку можна стверджувати, що трикутник є рівностороннім?

- А) сторона трикутника в 3 рази менша від його периметра;
Б) кожна сторона трикутника в 3 рази менша від його периметра;
В) дві висоти трикутника рівні;
Г) дві бісектриси трикутника рівні.

1.11. У трикутнику ABC відомо, що $\angle C = 90^\circ$, $AC = 8$ см, $BC = 6$ см. Чому дорівнює $\sin A$?

- А) $\frac{3}{4}$; Б) $\frac{4}{3}$; В) $\frac{4}{5}$; Г) $\frac{3}{5}$.

1.12. Визначте вид кута між векторами $\vec{m}(-8; 3)$ і $\vec{n}(2; 5)$.

- А) гострий; В) прямий;
Б) тупий; Г) визначити неможливо.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1 – 2.6. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

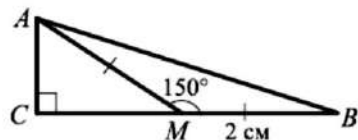
2.1. Спростіть вираз $\left(\frac{a-8}{a+8} - \frac{a+8}{a-8}\right) : \frac{16a}{64-a^2}$.

2.2. Чому дорівнює значення виразу $3a^2 - 12a - 2$, якщо $a^2 - 4a + 2 = 6$?

2.3. У кінотеатрі в кожному наступному ряді на 4 місця більше, ніж у попередньому, а всього місць у залі — 640. Скільки рядів у кінотеатрі, якщо у першому ряді 10 місць?

2.4. На 5 картках написано натуральні числа від 1 до 5. Яка ймовірність того, що добуток чисел, записаних на двох навмання взятих картках, дорівнюватиме непарному числу?

2.5. Знайдіть площу трикутника ABC , зображеного на рисунку.



2.6. Знайдіть периметр прямокутного трикутника, гіпотенуза якого на 7 см більша за один із катетів, а інший катет дорівнює 21 см.

Частина третя

Розв'язання задач 3.1 – 3.4 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 3.1. Побудуйте графік функції $y = x^2 + 4x - 5$. Користуючись графіком, знайдіть:
- 1) проміжок спадання функції;
 - 2) при яких значеннях x функція набуває від'ємних значень.
- 3.2. Відстань між двома містами дорівнює 420 км. З одного міста до іншого виїхали одночасно два автомобілі. Швидкість першого з них на 10 км/год більша за швидкість другого, через що він приїхав у пункт призначення на 1 год раніше від другого автомобіля. Знайдіть швидкість кожного автомобіля.
- 3.3. При якому значенні x значення виразів $2x-1$, $x+3$, $x+15$ є послідовними членами геометричної прогресії? Знайдіть члени цієї прогресії.
- 3.4. Основи прямокутної трапеції дорівнюють 9 см і 17 см, а діагональ є бісектрисою її тупого кута. Обчисліть площу трапеції.

Частина четверта

Розв'язання задач 4.1 – 4.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

- 4.1.^m Для всіх дійсних чисел a і b доведіть нерівність $a^4 + 4b^4 + 4 \geq 8ab$.
- 4.2.^m Розв'яжіть систему рівнянь
$$\begin{cases} 4x^2 - 2xy + y^2 = 4, \\ 6x^2 - 3xy - y^2 = -4. \end{cases}$$
- 4.3.^m Медіана CM трикутника ABC утворює зі сторонами AC і BC кути α і β відповідно, $BC = a$. Знайдіть медіану CM .

Варіант 6

Частина перша

Завдання 1.1 – 1.12 мають по чотири варіанти відповідей, з яких тільки ОДНА відповідь ПРАВИЛЬНА. Оберіть правильну, на Вашу думку, відповідь та позначте її у бланку відповідей.

1.1. Яка з рівностей є хибною?

- А) $\sqrt{225} = 15$; Б) $\sqrt{0,36} = 0,06$; В) $\sqrt{1,44} = 1,2$; Г) $\sqrt{1600} = 40$.

1.2. Яка найменша кількість трилітрових банок потрібна, щоб розлити в них 32 л молока?

- А) 12 банок; Б) 10 банок; В) 11 банок; Г) 9 банок.

1.3. Спростіть вираз $\frac{5m-9}{m-2} - \frac{3-2m}{2-m}$.

- А) $\frac{7m-12}{m-2}$; Б) $\frac{3m-12}{m-2}$; В) -3 ; Г) 3 .

1.4. Банк сплачує своїм вкладникам 8 % річних. Скільки грошей треба покласти в банк, щоб через рік отримати 600 грн прибутку?

- А) 7500 грн; Б) 7200 грн; В) 8000 грн; Г) 7000 грн.

1.5. Яка нерівність обов'язково виконується, якщо $a > b$ і $c < 0$?

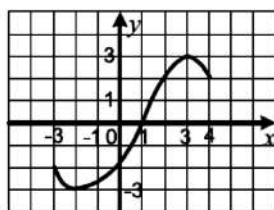
- А) $a > b + c$; Б) $a + c > b$; В) $ac > b$; Г) $a > bc$.

1.6. Областю визначення якої з функцій є проміжок $[3; +\infty)$?

- А) $y = \sqrt{3-x}$; Б) $y = \sqrt{x-3}$; В) $y = \frac{1}{\sqrt{3-x}}$; Г) $y = \frac{1}{\sqrt{x-3}}$.

1.7. На рисунку зображено графік функції, визначеної на проміжку $[-3; 4]$. Користуючись рисунком, укажіть проміжок зростання функції.

- А) $[1; 4]$; Б) $[-3; 3]$;
В) $[-2; 3]$; Г) $[-3; 1]$.



1.8. Між правим і лівим берегами річки курсує пором, який робить перший рейс о 8:00 від правого берега, а потім кожні 30 хв відправляється в новий рейс від одного берега до іншого, перевозячи щоразу не більше 75 пасажирів. О котрій годині відправиться на поромі людина, яка зайняла чергу на правому березі об 11:50 і була в черзі сто двадцять шостою?

- А) 12:00; Б) 12:30; В) 13:00; Г) 13:30.

1.9. У трикутнику ABC відомо, що $AB = 12$ см, $BC = 16$ см, $AC = 20$ см, точка D — середина сторони AB , точка E — середина сторони AC . Знайдіть периметр чотирикутника $BDEC$.

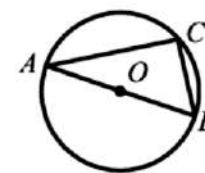
- А) 80 см; Б) 48 см; В) 24 см; Г) 40 см.

1.10. Чому дорівнює площа круга, вписаного в квадрат зі стороною 12 см?

- А) 6π см²; Б) 12π см²; В) 36π см²; Г) 144π см².

1.11. Точка O — центр кола, зображеного на рисунку. Чому дорівнює величина кута ACB ?

- А) 60° ; Б) 45° ; В) 90° ; Г) визначити неможливо.



1.12. При якому значенні y вектори $\vec{a}(2; 5)$ і $\vec{b}(-6; y)$ колінеарні?

- А) -15 ; Б) 15 ; В) $-2,4$; Г) $2,4$.

Частина друга

Розв'яжіть завдання 2.1 – 2.6. Запишіть відповідь у бланк відповідей.

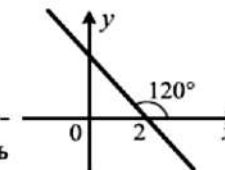
2.1. Спростіть вираз $\frac{a^2+b^2}{a^2-b^2} + \frac{b}{a+b} + \frac{b}{b-a}$.

2.2. Розв'яжіть систему нерівностей $\begin{cases} (x+3)(x-1) < x^2 - x + 9, \\ \frac{5x+3}{2} - 1 \geq 3x. \end{cases}$

2.3. Знайдіть різницю арифметичної прогресії, перший член якої дорівнює 10, а сума перших чотирнадцяти членів дорівнює 1050.

2.4. На чотирьох картках записано числа 3, 4, 5 і 6. Яка ймовірність того, що добуток чисел, записаних на двох навмання вибраних картках, буде кратним числу 10?

2.5. Складіть рівняння прямої, зображеної на рисунку.



2.6. Радіус кола, вписаного в рівнобічну трапецію, дорівнює R , а один із кутів трапеції — 45° . Знайдіть площу трапеції.

Частина третя

Розв'язання задач 3.1 – 3.4 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

3.1. Побудуйте графік функції $y = \begin{cases} -\frac{4}{x}, & \text{якщо } x < -2, \\ -2x, & \text{якщо } -2 \leq x \leq 2, \\ -\frac{4}{x}, & \text{якщо } x > 2. \end{cases}$

Користуючись графіком, знайдіть проміжки зростання і проміжки спадання функції.

3.2. Вкладник поклав до банку на два різні рахунки загальну суму 15 000 грн. По першому з них банк виплачує 7 % річних, а по другому — 10 % річних. Через рік вкладник отримав 1200 грн відсоткових грошей. Скільки гривень він поклав на кожен рахунок?

3.3. Знайдіть область визначення функції $y = \frac{x-2}{\sqrt{20-8x-x^2}} + \sqrt{x+6}$.

3.4. Основа рівнобедреного трикутника дорівнює 40 см, а висота, проведена до неї, — 15 см. Знайдіть відстань між точками дотику кола, вписаного у трикутник, з його бічними сторонами.

Частина четверта

Розв'язання задач 4.1 – 4.3 повинно мати обґрунтування. У ньому потрібно записати послідовні логічні дії та пояснення, зробити посилання на математичні факти, з яких випливає те чи інше твердження. Якщо потрібно, проілюструйте розв'язання схемами, графіками, таблицями.

4.1.* Побудуйте графік рівняння $\sqrt{x^2 + y^2 - 1} = x$.

4.2.* Розв'яжіть систему рівнянь: $\begin{cases} 2x^2 - 5xy - 3y^2 = 0, \\ x^2 - 2xy - y^2 = 2. \end{cases}$

4.3.* У шестикутнику $ABCDEF$ сторони в парах AB і DE , BC і EF , AF і CD рівні й паралельні. Доведіть, що діагоналі шестикутника AD , BE і CF перетинаються в одній точці.

Завдання для підготовки до НМТ

1.Алгебра: Ю.О. Захарійченко, О.В. Школьний Математика. Збірник завдань для підготовки до ЗНО (базовий та поглиблений рівні), Київ,»Генеза» 2015.

1.1 Розділ 1. Числа і вирази(п.1.1)

1.2 Розділ 2. Функції та їх графіки(п.2.1)

1.3 Розділ 3. Рівняння та системи рівнянь (п.3.1,п.3.5)

1.4 Розділ 4. Нерівності та системи нерівностей (п.4.1,п.4.5)

1.5 Розділ 5 Текстові задачі(п.5.1-5.4)

1.7 Розділ 7. Планіметрія(п. 7.1-7.3)

1.6 Розділ 6. Елементи математичного аналізу (п.6.1)