

Тренувальні вправи з геометрії для тих, хто переведений до 9 класу

1. Кути паралелограма відносяться як 1:5. Знайдіть кут між висотами паралелограма, проведеними з вершини гострого кута.
2. Чотирикутник ABCD вписано у коло. Кут А більший за кут В на 58° і у 4 рази більший за кут С. Знайдіть кути чотирикутника.
3. З точки до прямої проведено дві похилі, проекції яких на пряму дорівнюють 9 см і 16 см. Знайдіть відстань від точки до прямої, якщо одна з похилих на 5 см більша за другу.
4. У рівнобічній трапеції ABCD відомо, що $AB=CD=7$ см, $BC=2$ см, $AD=8$ см. Знайдіть синус, косинус і тангенс кута CAD.
5. Точка дотику кола, вписаного в прямокутну трапецію, поділяє більшу бічну сторону на відрізки, довжини яких відносяться як 4:9. Знайдіть площу трапеції, якщо менша з її бічних сторін дорівнює 24 см.
6. Доведіть, що середини основ трапеції, точка перетину діагоналей і точка перетину бічних сторін лежать на одній прямій.
7. Чотирикутник є одночасно вписаним і описаним. М, N, P, Q – точки дотику вписаного кола з його сторонами. Доведіть, що $MN \perp NQ$.
8. Периметр прямокутного трикутника ABC ($\angle C = 90^\circ$) дорівнює 72 см, а різниця між медіаною СК та висотою СМ дорівнює 7 см. Знайти гіпотенузу.
9. Знайдіть кути ромба, якщо його сторона утворює з діагоналями кути, які відносяться як 3:7.
10. Периметри подібних трикутників відносяться як 7:5, а сума їх менших сторін дорівнює 36 см. Знайдіть сторони обох трикутників, якщо сторони одного з них відносяться як 3:7:8.
11. Бісектриса прямого кута прямокутного трикутника поділяє гіпотенузу на відрізки завдовжки 15 см і 20 см. Знайдіть площу трикутника.
12. Бічна сторона рівнобедреного трикутника дорівнює 13 см, а висота проведена до основи – 12 см. Знайти:
 - а) довжину середньої лінії, паралельної бічній стороні;
 - б) основу трикутника;
 - в) косинус кута при основі трикутника;
 - г) площу трикутника;
 - г) радіус вписаного кола.
13. BD висота гострокутного трикутника ABC, $AD = a$, $\angle BAC = \alpha$, $\angle DBC = \beta$. Знайти сторони трикутника ABC.
14. У рівнобічну трапецію, висота якої дорівнює 24 см, вписано коло. Точка дотику ділить бічну сторону у відношенні 9:16. Знайдіть площу трапеції.
15. Периметри подібних трикутників відносяться як 7:5, а сума їх менших сторін дорівнює 36 см. Знайдіть сторони обох трикутників, якщо сторони одного з них відносяться як 3:7:8.
16. Бісектриса гострого кута прямокутного трикутника поділяє катет на відрізки завдовжки 6 см і 10 см. Знайдіть площу трикутника.
17. Довести, що вписане в прямокутний трикутник коло ділить гіпотенузу на відрізки, добуток довжин яких дорівнює площі цього трикутника.
18. Чотирикутник є одночасно вписаним і описаним. М, N, P, Q – точки дотику вписаного кола з його сторонами. Доведіть, що $MN \perp NQ$.
19. У трикутнику ABC висота BD поділяє сторону AC на відрізки AD і DC , $BC=6$ см, $\angle A = 30^\circ$, $\angle CBD = 45^\circ$. Знайдіть сторону AC трикутника.
20. Діагональ рівнобічної трапеції перпендикулярна до бічної сторони, а кут між бічною стороною і більшою основою трапеції дорівнює α . Знайдіть радіус кола, описаного навколо трапеції, якщо її висота дорівнює h .
21. Кут між медіаною й бісектрисою, проведеними з вершини прямого кута прямокутного трикутника, дорівнює γ , а гіпотенуза дорівнює c . Знайдіть катети трикутника.
22. Спростити вираз: 1) $(\cos \alpha \cdot \operatorname{tg} \alpha) + \left(\frac{\sin \alpha}{\operatorname{tg} \alpha}\right)^2$; 2) $\operatorname{tg} \alpha \cdot \sin \alpha - \frac{1}{\cos \alpha}$.