

Тренувальні вправи з математики для тих, хто переведений до 9 класу

1. Знайдіть значення виразу:

а) $(27 \cdot 3^{-4})^2 \cdot (9^{-1})^{-2}$; б) $(\sqrt{5} - 2\sqrt{3})^2 + \sqrt{240}$.

2. Спростіть вираз, знайдіть область визначення:

$$\left(\frac{a+1}{a-1} - \frac{4a}{a^2-1}\right) : \frac{a-1}{a^2+a}$$

3. Побудуйте графік функції:

$$y = \frac{x-2}{x^2-2x}$$

4. Було 300 г п'ятивідсоткового розчину солі. Через деякий час 50 г води випарували. Яким став відсотковий вміст солі?

5. Розв'яжіть рівняння:

$$\frac{(x^2 + 2x + 1)(4x^2 - 1)(2x - 1) - 3}{(x - 2)(x + 1)} = 0$$

6. У ромбі ABCD з вершини тупого кута C проведено висоту CM до сторони AB. Кут BAC дорівнює 75° . Знайдіть висоту CM, якщо периметр ромба дорівнює 20 см.

7. Діагональ рівнобічної трапеції ділить її гострий кут навпіл, а середню лінію на відрізки 15 см і 19 см. Знайдіть периметр трапеції.

8. Відомо, що $\frac{a+b}{b} = -2$.

Знайдіть значення виразу $\frac{4a-5b}{3a}$.

9. Учень задумав двозначне число. Якщо першу цифру цього числа збільшити на 2, а другу цифру зменшити на 2, то отримаємо двозначне число, яке буде на 19 менше за подвоєне задумане число. Яке число задумав учень?

10. Знайдіть значення виразу: а) $(216 \cdot 6^{-5})^3 \cdot (36^{-2})^{-1}$; б) $(\sqrt{3} + 2\sqrt{5})^2 - \sqrt{240}$.

11. Спростіть вираз, знайдіть область визначення:

$$\left(\frac{a+2}{a-2} + \frac{a-2}{a+2}\right) : \frac{a^2+4}{4-a^2}$$

12. Побудуйте графік функції:

$$y = (\sqrt{x})^2 - 3x$$

13. Було 400 г шестивідсоткового розчину солі. До нього додали 150 г води. Яким став відсотковий вміст солі?

14. Розв'яжіть рівняння:

$$\frac{(4x^2 + 4x + 1)(9x^2 - 16)(2x + 1) - 3}{(x - 1)(2x + 1)} = 0$$

15. Діагональ рівнобічної трапеції ділить її тупий кут навпіл, а середню лінію на відрізки 19 см і 27 см. Знайдіть периметр трапеції.

16. Висота ромба, проведена з вершини тупого кута, ділить сторону навпіл. Знайдіть меншу діагональ, якщо периметр ромба 48 см.

17. Відомо, що $\frac{x-y}{y} = 5$. Знайдіть значення виразу $\frac{3x-2y}{x}$.

18. Учень задумав двозначне число. Якщо кожен цифру цього числа збільшити на 2, то отримаємо двозначне число, яке буде на 13 менше за подвоєне задумане число. Яке число задумав учень?

19. Знайдіть значення виразу:

$$\left(-\frac{1}{7}\right)^{-1} + (10^{-3} - 11)^0 - \left(\frac{3}{8}\right)^{-5} \cdot \left(2\frac{2}{3}\right)^{-5}$$

20. Спростіть вираз, знайдіть область визначення:

$$\left(\frac{x-2y}{x^2+2xy} - \frac{x+2y}{x^2-2xy}\right) : \frac{4y^2}{4y^2-x^2}$$

21. Побудуйте графік функції:

$$y = \frac{x^2 + 8x + 16}{x+4} - \frac{3x - x^2}{x}$$

22. Маємо два сплави міді й цинку. Перший сплав містить 9%, а другий – 30% цинку. Скільки кілограмів кожного сплаву треба взяти, щоб одержати сплав масою 300 кг, який містить 23% цинку?

23. Знайдіть усі цілі значення n , при яких є цілим числом значення виразу:

$$\frac{2n^3 - 7n^2 - 48}{n^2}. \text{Відповідь обґрунтуйте.}$$

24. Розв'яжіть рівняння:

$$\frac{(x^2 + 1)(4x^2 - 1)(|2x - 1| - 3)}{x - 2} = 0$$

25. У ромбі ABCD з вершини гострого кута проведено висоти BE і BP до сторін AD і CD відповідно. Знайти периметр ромба, якщо BE=6 см, $\angle EBP = 150^\circ$.

26. Точка перетину діагоналей трапеції ділить одну з них на відрізки завдовжки 5 см і 9 см. Знайдіть основи трапеції, якщо їх сума дорівнює 70 сантиметрів.

27. Знайдіть значення виразу:

$$\left(-\frac{1}{8}\right)^{-1} + (10^{-5} - 8)^0 - \left(\frac{2}{7}\right)^{-4} \cdot \left(3\frac{1}{2}\right)^{-4}$$

28. Спростіть вираз, знайдіть область визначення:

$$\left(\frac{b}{a^2 - ab} - \frac{2}{a - b} - \frac{a}{b^2 - ab} \right) : \frac{a^2 - b^2}{4ab}$$

29. Побудуйте графік функції: $y = \frac{18 - 2x^2}{x^3 - 9x}$

30. Маємо два водно-солевих розчини. Перший розчин містить 25%, а другий – 40% солі. Скільки кілограмів кожного розчину треба взяти, щоб одержати розчин масою 50 кг, який містить 34% солі?

31. Знайдіть усі цілі значення n , при яких є цілим числом значення виразу:

$$\frac{n^3 - 5n^2 + 32}{n^2}.$$

Відповідь обґрунтуйте.

32. Розв'яжіть рівняння:

$$\frac{(4x^2 + 1)(9x^2 - 16)(2x + 1) - 3}{x - 1} = 0$$

33. Один з кутів паралелограма дорівнює 45° . Висота паралелограма, проведена з вершини тупого кута, дорівнює 4 см і ділить сторону паралелограма на два рівні відрізки. Знайти: а) довжину більшої сторони паралелограма; б) кути, які утворює діагональ зі сторонами паралелограма.

34. Основи трапеції дорівнюють 12 см і 18 см, а діагоналі – 15 см і 25 см. Знайдіть відрізки діагоналей, на які кожна з них ділиться точкою перетину.

35. Знайдіть значення виразу:

$$(3 - \sqrt{5})(3 + \sqrt{5}) + (\sqrt{5} + 1)^2 - \sqrt{20}$$

36. Спростіть вираз, знайдіть область визначення:

а) $\left(\frac{2y + 1}{y^2 + 6y + 9} - \frac{y - 2}{y^2 + 3y} \right) : \frac{y^2 + 6}{y^3 - 9y}$

б) $(4a^4 b^{-3})^{-1} \cdot \left(\frac{1}{2} a^{-2} b^5 \right)^{-2} \cdot (-5)^0$

37. Розв'яжіть рівняння:

$$(\sqrt{x} - 3)(18x^2 - 9x - 5) = 0$$

38. Скільки грамів 20-відсоткового розчину солі потрібно додати до 200 г 15-відсоткового розчину, щоб одержати 18-відсотковий розчин солі?

39. Не розв'язуючи рівняння, знайдіть значення виразу $\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2}$,

якщо x_1, x_2 - корені рівняння $2x^2 + 3x - 7 = 0$

40. Знайдіть значення виразу:

$$(2 - \sqrt{3})(2 + \sqrt{3}) - (\sqrt{3} + 1)^2 + \sqrt{12}$$

41. Спростіть вираз, знайдіть область визначення:

а) $\left(\frac{2x-3}{x^2-4x+4} - \frac{x-1}{x^2-2x} \right) : \frac{x^2-2}{x^3-4x}$

б) $(9a^6b^{-3})^{-1} \cdot \left(\frac{1}{3}a^{-3}b^5\right)^{-2} : (-8)^0$

42. Розв'яжіть рівняння:

$$(\sqrt{x} - 9)(x^2 + 2x - 24) = 0$$

43. Скільки грамів води потрібно долити до 100 г 30-відсоткової кислоти, щоб одержати 10-відсоткову кислоту?

44. Не розв'язуючи рівняння, знайдіть значення виразу $x_1x_2^2 + x_1^2x_2$, якщо x_1, x_2 - корені рівняння $2x^2 + 11x + 5 = 0$

45. Скільки грамів 4% і скільки грамів 10% розчинів солі треба взяти, щоб отримати 180г 6% розчину?

46. Знайти область визначення функції:

$$y = \frac{3}{\sqrt{4-x}} + \frac{1}{x-1}$$

47. За переказ грошей клієнт повинен сплатити банку винагороду у розмірі 2% від суми переказу. Скільки всього грошей йому потрібно сплатити в касу банку, якщо сума переказу 25000 грн?

48. Дві бригади можуть виконати всю роботу, працюючи разом, за 18 днів. Якщо перша бригада буде працювати сама 9 днів, а згодом приступить до роботи друга, то для закінчення роботи їм потрібно ще 12 днів. За скільки днів виконає роботу перша бригада, працюючи самостійно?

49. Розв'язати рівняння:

$$\frac{1}{3-x} - 1 = \frac{1}{x-3} - \frac{x-4}{2x^2-18}$$

50. Розкладіть на множники: а) $16x^2 + 16xy + 4y^2 - 25$

б) $m^3 + 64n^3 + m^2 + 8mn + 16n^2$ в) $x^2 + 5x - 36$

51. Відомо, що $x + y = 6, xy = 7$. Знайдіть $x^4 + y^4$.

52. Відомо, що $c + \frac{1}{c} = 5$. Знайдіть $c^3 + \frac{1}{c^3}$.

53. Свіжі яблука містять 75% води, а сушені – 12%. Скільки кілограмів сушених яблук вийде з 264 кг свіжих?