

Тренувальні вправи з алгебри для учнів, які закінчили 7 клас.

Числові вирази.

1. Знайти значення виразу (порядок дій, виконання дій у стовпчик **обов'язково**):

$$1.1. \left(\frac{(3,2 - 1,7) : 0,003}{\left(\frac{29}{35} - \frac{3}{7}\right) \cdot 4 : 0,2} - \frac{\left(1\frac{13}{20} - 1,5\right) \cdot 1,5}{\left(2,44 + 1\frac{14}{25}\right) \cdot \frac{1}{8}} \right) : 62\frac{1}{20} + 1,364 : 0,124.$$

$$1.2. \text{ Знайдіть } 54\% \text{ від значення виразу: } \frac{3\frac{1}{3} : 10 + 0,175 : 0,35}{1,75 - 1\frac{11}{17} \cdot \frac{51}{56}}.$$

$$1.3. \text{ Знайдіть число, } 35\% \text{ якого дорівнюють значенню виразу } \frac{0,5 : 1\frac{1}{4} + 1\frac{2}{5} : 1\frac{4}{7} - \frac{3}{11}}{\left(1,5 + \frac{1}{4}\right) : 2\frac{13}{32}}.$$

Текстові задачі.

До всіх задач записати скорочену умову; розв'язати або за допомогою рівняння (пояснення, таблиця), або системи рівнянь (пояснення, таблиця), або по діях (з поясненням).

- Змішали 30%-й розчин соляної кислоти з 10%-м і одержали 600 г 15%-го розчину. Скільки грамів кожного розчину було взято?
- Морська вода містить за масою 5% солі. Скільки прісної води потрібно додати до 30 кг морської води, щоб концентрація солі становила 1,5 %?
- Ціну товару спочатку знизили на 20%, потім нову ціну знизили ще на 15 % і, нарешті, після перерахування зробили знижку ще на 10 %. На скільки відсотків усього знизили початкову ціну товару?
- Сума цифр двоцифрового числа дорівнює 12. Якщо до цього числа додати 36, то отримаємо число, записане тими самими цифрами, але у зворотному порядку. Знайти початкове число.
- Знайти три числа, якщо перше становить 80% другого, друге відноситься до третього як 0,5: 0,45, а сума першого і третього на 70 більша за друге число.
- Катер, рухаючись за течією, обігнав пліт і через 40 хвилин після цього зупинився для стоянки. Через $6\frac{1}{3}$ год катер вирушив в тому ж напрямку і через годину знову обігнав той же пліт. Знайти швидкість течії річки, якщо катер рухався за течією зі швидкістю 12 км/год.
- З міст A і B , відстань між якими дорівнює 110 км, о 9 год 15 хв виїхали назустріч один одному два автобуси й рухалися з однаковою швидкістю. О 9 год 30 хв з міста A до міста B виїхав легковий автомобіль, який о 10 год зустрів автобус, що їхав до міста A , а о 10 год 30 хв наздогнав автобус, що їхав до міста B . Знайдіть швидкості автобусів і автомобіля.

Лінійні рівняння. Рівняння, що зводяться до лінійних.

2. Розв'язати рівняння:

$$2.1. \frac{1}{7} \left(\frac{2}{5} \left(\frac{5}{14} (x-2) + 6\frac{2}{7} \right) - \frac{5}{2} \right) = 0$$

$$2.2. 5 - 3(x - 2(x - 2(x - 2))) = 2$$

$$2.3. \quad \frac{8x+10}{3} - \frac{4x+9}{2} = \frac{2x-1}{3}$$

$$2.4. \quad \frac{3(x-1)}{2} - 1,3x = \frac{x}{5} - 1,5$$

$$2.5. \quad \frac{3x-2}{2} - \left(1 - \frac{x-1}{3}\right) = 3x - \frac{x+2}{4}$$

$$2.6. \quad \frac{3x+1}{2} + 4 = \frac{x+4}{3} - \left(3x - \frac{5x-1}{6}\right)$$

$$2.7. \quad 2(3(x-2) - 2(x-3)) - 3(2(2x-1) - 3(3x-1)) = -3$$

$$2.8. \quad 3\left(x - \frac{3x-1}{4} - \left(1 - 2\left(x - \frac{3+x}{5}\right)\right)\right) = 5x - 2$$

$$2.9. \quad \frac{26x-51}{52} - \frac{2(1-3x)}{13} = x - \frac{20x - (10-3x)}{156}$$

$$2.10. \quad \frac{1}{9}\left(\frac{1}{7}\left(\frac{1}{5}\left(\frac{1}{3}(x+2)+4\right)+6\right)+8\right) = 1$$

$$2.11. \quad \frac{\frac{x}{3} + \frac{x}{2}}{7} + \frac{\frac{2x}{7} - 1}{6} = \frac{3x - \frac{2x-5}{3}}{14}$$

$$2.12. \quad \frac{1\frac{2}{3}x - \frac{5}{7}(x-1)}{2\frac{1}{3}} - 0,25(x-1) = 2\frac{7}{8}$$

$$2.13. \quad \frac{x+1\frac{1}{2}}{21} - \frac{\frac{x-1}{7}+3}{6} = 5\frac{6}{7}$$

$$2.14. \quad \frac{9x-27}{10} + 47\frac{2}{5} = \frac{x-27}{10} + 49\frac{2}{5}$$

$$2.15. \quad (x-1)(x+2) = 0$$

$$2.16. \quad (x-1)^2 - (2-x)^2 = 0$$

$$2.17. \quad x^2 - 6x + 9 = 0$$

$$2.18. \quad (x-1)^2 - 4x^2 = x+1$$

$$2.19. \quad x^4 - 1 = 0$$

$$2.20. \quad \left(\frac{1-7x}{4}\right)^2 - 2\left(\frac{1-7x}{4}\right)\left(\frac{2x-17}{4}\right) + \left(\frac{2x-17}{4}\right)^2 = 0$$

$$2.21. \quad (x-1)^2 - 2(x+1)(x-3) = 3 - (x-3)(x+3)$$

$$2.22. \quad 8x - (2+x^2)(2-x^2) = (x^2-2x)^2 + 4x^3$$

$$2.23. \quad \frac{(5x-1)\left(2x+\frac{1}{2}\right)}{6} - \frac{1-x}{2} = \frac{5}{3}x^2$$

$$2.24. \quad \frac{x(x+3)}{4} - \frac{(x-2)(x+1)}{3} = \frac{x\left(5-\frac{x-3}{2}\right)}{6} + \frac{1}{6}$$

$$2.25. \quad (a-1)^3 + 2(a^2+1) - a(a-1)^2 = a^2 - a$$

$$2.26. \quad (|x|-x)(|x|+x) = 1-|x|$$

Степінь з натуральним і цілим показником.

3. Обчислити:

$$3.1. \quad \frac{(-5^3)(-5)^{10}}{(5^3)^3}$$

$$3.2. \quad \frac{2^{10} + 2^9 + 2^8}{2^9 + (4^2)^2}$$

$$3.3. \quad \frac{4^{16} \cdot 4^{-26}}{(4^{-3})^4}$$

$$3.4. \quad \frac{3^{10} + 2 \cdot 3^9 + 3^8}{3^{11} - 11 \cdot 3^8}$$

$$3.5. \quad \frac{18^4 \cdot 10^2}{15^3 \cdot 12^5}$$

$$3.6. \quad \frac{36^3 \cdot 15^2}{18^4 \cdot 10^3}$$

$$3.7. \quad \frac{3^{48} - 3^{47} + 17 \cdot 3^{46}}{27^{15} \cdot 23}$$

$$3.8. \quad \frac{(36^2)^3 \cdot (4^6)^4 \cdot (27^3)^2}{(12^3)^{10} \cdot 64}$$

$$3.9. \quad \frac{12^5}{2^3 \cdot 3^4} : \frac{10^5}{2^6 \cdot 5^7}$$

3.10. $(36 \cdot 18^n - 8 \cdot 2^{n-4} \cdot 9^n - 3^{n+1} \cdot 6^{n+1}) : 18^{n-1}$

4. Спростити вираз:

4.1. $27^{n-2} \cdot 243^{n+1} : 9^{n+3}$

4.2. $\frac{(5^{2n+2})^3 : 125^n}{625 \cdot 25^{n-1}}$

4.3. $\frac{49^{n-3} \cdot (7^{3n+4} : 7^{n-4})}{(343^{n-2})^3}$

4.4. $\frac{(256^{n-1} \cdot 64^{5-n})^3}{(2^{6-3n})^2}$

5. Знайти значення x :

5.1. $\frac{x^{11} \cdot x^9 \cdot (x^3)^4}{x^{27} \cdot x^4} = 11$

5.2. $\frac{(x^8)^4 \cdot (x^3)^4}{x^3 \cdot (x^5)^8} = 27$

Многочлени. Розкладання многочленів на множники.

6. Спростити вираз:

6.1. $(a-1)(a^3+a^2+a+1)$

6.2. $(a^4-a^3c+a^2c^2-ac^3+c^4)(a+c)$

6.3. $(x^{n+2}+x^{n+1}+x^n+x^{n-1}-1)(x^n+1)$

6.4. $-(2a^5-2b^4+3b^3-1)(b^2+1)$

6.5. $(a-b-c)^2$

6.6. $(5a^2+3ab-2b^2)^2$

6.7. $(\frac{1}{3}x^{2m-1}y^3 + \frac{3}{5}x^{m+1}y)^2$

6.8. $(x+y-z)(x+y+z)$

6.9. $(x+y)^2(y-x)^3$

7. Розкласти на множники:

7.1. $169c^2 - 9b^2$

7.2. $\frac{1}{4}x^4 - 16t^{10}$

7.3. $49a^8 - \frac{1}{144}x^2$

7.4. $25x^2y^4 - 49$

7.5. $144a^2 + 24ab + b^2$

7.6. $\frac{1}{16}p^4 - p^2 + 4$

7.7. $9x^4y^8 + 12x^2y^4 - 4$

7.8. $3^{3n} - 8$

7.9. $4^{6n+3} + 8$

7.10. $5^{6n+9} + 27$

7.11. $1 + (y + 3)^3$

7.12. $x^2 - 2xy + x - xz + 2yz - z$

7.13. $x^2 + xy - x - ax - ay + a$

7.14. $a^3 - ab - a^2b + a^2$

7.15. $a^2b - a - ab^2 + b - 2ab + 2$

7.16. $abx^2 + bxy - axy - y^2$

8. Спростити вираз:

8.1. $(\frac{1}{2}x^2y^2 - \frac{2}{3}ab - \frac{5}{6}a^2b - 1) - (a^2b - \frac{1}{3}x^2y^2 + \frac{1}{12}ab - \frac{1}{4})$

8.2. $2a - ((2b - 3c) - d) + a - (2b - (c - d)) + a + (2b - (c + 2d))$

8.3. $y - (y - (y - ((y + 2x) - x))) - (y - (y - x + 2(x - y)))$

8.4. $(3x - 2y)^2 + (3x + 2y)^2$

8.5. $(x^2 - 5y)^2 - (x^2 + 5y)^2$

8.6. $(2x - 3)^3 - 4x(2x + 3)^2 - (3x + 2)(x - 1)$

8.7. $(7x^3y^2 - xy)(-2x^2y^2 + 5xy^3) + 12x^5y^4$

8.8. $(b + 3y)^3 - (b - 2y)^3$

8.9. $(a - b + c)^3 - (a + b + c)^3$

8.10. $(x + 1)(1 + x - x^2 + x^3 - x^4) - (x - 1)(1 + x + x^2 + x^3 + x^4)$

8.11. $(x + 1)(x + 2)(x + 3)(x + 4) - (x + 2)(x + 3)(x + 4)(x + 5)$

8.12. $(2 - 3a)(2 + a)(4 + a^2)(2 - a)(4 + 9a^2)(2 + 3a)$

Функції. Графіки функцій.

9. Побудувати графік функції:

9.1. $y = 7 - 2x$

$$9.2. \quad y = \frac{x^2 - 1}{x - 1}$$

$$9.3. \quad y = \frac{1}{2}x - 3$$

$$9.4. \quad y = \frac{x^2 - 16}{12} \cdot \frac{4}{2x - 8}$$

$$9.5. \quad y = \frac{3}{x} \left(\frac{x}{3} - \frac{3}{x} \left(\frac{x^2}{9} - \frac{3}{x} \left(\frac{x^3}{27} - \frac{x^4}{81} \right) \right) \right)$$

$$9.6. \quad y = \frac{x^2 - 6x + 9}{x - 3}$$

$$9.7. \quad y = \begin{cases} x - 1, & \text{при } x \geq 2 \\ x, & \text{при } x < 2 \end{cases}$$

$$9.8. \quad y = \begin{cases} \frac{1}{3}x - 2, & \text{при } x < 3 \\ x - 4, & \text{при } x \geq 3 \end{cases}$$

$$9.9. \quad y = \begin{cases} 2x - 1, & \text{при } x > -3 \\ -2x, & \text{при } x < -3 \end{cases}$$

$$9.10. \quad y = \begin{cases} 2x, & \text{при } x < 0 \\ -x - 1, & \text{при } 0 \leq x < 2 \\ 3, & \text{при } x \geq 2 \end{cases}$$

$$9.11. \quad y = \begin{cases} 2x - 1, & \text{при } x < -2 \\ 5 - x, & \text{при } -2 < x < 3 \\ 1, & \text{при } x \geq 3 \end{cases}$$

10. Знайти область визначення функції:

$$10.1. \quad y = \frac{27 - 27x + 9x^2 - x^3}{x^2 - 6x + 9}$$

$$10.2. \quad y = \left(\frac{x^2 - 9}{x - 3} - \frac{x^3 - 27}{x^2 - 9} \right) \cdot (x + 3)$$

$$10.3. \quad y = \left(\frac{x^2 + 1}{2x - 1} - \frac{x}{2} \right) \cdot \left(\frac{3 - x}{x + 2} - 1 \right)$$

$$10.4. \quad y = \frac{x^3 + 8}{x + 2} - (3x - 9)^0$$

$$10.5. \quad y = \frac{\frac{1}{3}x^3 + 9}{x^2 - 9} \cdot \frac{x - 3}{2} - \frac{1}{6}x^2$$

$$10.6. \quad y = \frac{x^4 - 16}{x^2 - 4x + 4} \cdot \frac{x^2 - 2x}{(x + 2)(x^2 + 4)} + 2$$

Системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

1. Розв'язати систему лінійних рівнянь: $\begin{cases} -3(x - 2y) + 2(x - y) = -2y + x - 2 \\ 3x - y - 3 = 5(y - x) + 2x + 2y \end{cases}$ і знайти значення виразу

$5x^2 + 4xy - y^2$, де x та y розв'язок системи.

2. Розв'язати систему лінійних рівнянь: $\begin{cases} 5x + 3y + \frac{4}{7x - y} = 5 \\ 5x + 3y - \frac{4}{7x - y} = 3 \end{cases}$.

3. Розв'яжіть систему рівнянь $\begin{cases} 0,2x - 0,3(2y + 1) = 1,5 \\ 3(x + 1) + 3y = 2y - 2 \end{cases}$

4. Розв'язати систему лінійних рівнянь: $\begin{cases} \frac{3x - 2y}{5} + \frac{5x - 3y}{3} = x + 1 \\ \frac{2x - 3y}{3} + \frac{4x - 3y}{2} = y + 1 \end{cases}$ і знайти значення виразу

$\frac{6x^2 - 4xy + 15x - 10y}{x - \frac{2}{3}y}$, де x та y розв'язок системи.

5. При яких значеннях a система рівнянь $\begin{cases} 5x - ay - 6 = 0, \\ 2x + 6y + 3 = 0 \end{cases}$ має такі розв'язки, що $x > 0, y < 0$?

6. При яких значеннях b система рівнянь $\begin{cases} 2x + 2y + 1 = 0, \\ bx - 5y + 2 = 0 \end{cases}$ має такі розв'язки, що $x < 0, y > 0$?

7. При яких значеннях параметра a система $\begin{cases} (a + 1)x + 3y = 4a - 5, \\ (2a - 3)x + y = a - 1. \end{cases}$: 1) єдиний розв'язок; 2)

безліч розв'язків; 3) не має розв'язків.

8. Розв'яжіть рівняння:

$$\begin{aligned} 1) & (x - 2y)^2 + (y - 5)^2 = 0; \\ 2) & (4x + 2y - 5)^2 + |4x - 6y + 7| = 0; \\ 3) & 50x^2 + 4y^2 - 28xy + 16x + 64 = 0. \end{aligned}$$

Логічні задачі

1. У сім'ї 4 особи: студентка Софія, мати, батько та дідусь. Якщо Софійці подвоять стипендію, то загальний прибуток родини зросте на 5%. Якщо (замість того) мамі подвоять заробітну плату, то прибуток родини зросте на 15%, а якщо батькові, - то на 25%. На скільки відсотків збільшився б прибуток родини, якщо б дідусеві подвоїли пенсію?

2. В Країні чарів живуть чарівники та чарівниці. Усі вони знайомі між собою. У одного чарівника стільки знайомих чарівників, скільки й чарівниць. У чарівниці удвічі менше знайомих чарівниць, ніж чарівників. Скільки чарівників та скільки чарівниць у Країні чарів?
3. За столом сидять п'ять хлопців і шість дівчат, а на столі на тарілці лежать булочки. Кожна дівчина дала по одній булочці кожному знайомому хлопцю. Потім кожен хлопець дав із цієї тарілки по одній булочці кожній незнайомій дівчині. Після того тарілка виявилася порожньою. Скільки булочок було на тарілці спочатку?
4. Чотирикутник і трикутник частково перетинаються. Площі чотирикутника і трикутника складають відповідно 67% і 44% їх об'єднання. Скільки відсотків площі трикутника знаходиться за межами чотирикутника?
5. На острові $\frac{2}{3}$ всіх чоловіків одружені і $\frac{3}{5}$ усіх жінок заміжні. Яка частина всього населення цього острова перебуває у шлюбі?
6. В рядок виписані 1 000 чисел. Перше число дорівнює 1. Відомо, що кожне число, крім першого і останнього, дорівнює сумі двох сусідніх. Знайдіть останнє число.
7. Чи можна з 82 куль, кожна з яких має певний колір, вибрати 10 куль так, щоб усі вони мали різні кольори або деякий один колір?